



Almaty Physics Battles 2024
Условия задач
Юниорская лига

Содержание

Первый раунд	3
Второй раунд	4
Третий раунд	6
Четвертый раунд	8
Шестой раунд	10
Седьмой раунд	13
Суперфинал I	16
Суперфинал II	21

Задача 1. Бассейн в Малайзии

Маргулан плавая в бассейне увидел камень на кажущемся горизонтальном расстоянии $L = 95$ см от него. Найдите глубину бассейна, если на самом деле камень находится от Маргулана на расстоянии $x = 110$ см. Рост Маргулана $h = 190$ см, показатель преломления воды $n = 4/3$.

Задача 2. Домашнее задание

Однажды школьник Ернур не выполнил домашнее задание по физике и в качестве наказания должен был решить сложную задачу от учителя. Поливая грядки из шланга, Ернур направляет тонкую струю воды под углом α к горизонту. Считая, что в воздухе струя не распадается на капли, помогите Ернуру определить ее диаметр в верхней точке траектории, если внутренний диаметр шланга равен d_0 . Сопротивлением воздуха пренебречь, диаметр шланга считайте малым по сравнению с дальностью полета струи.

Задача 3. Закон движения

Материальная точка движется по следующему закону, где $v(t)$ — скорость точки в зависимости от времени t :

$$v(t) = \begin{cases} 1 \text{ м/с} + 2 \text{ м/с}^2 \cdot (t - 2 \text{ с}), & 2 \text{ с} \leq t < 4 \text{ с}; \\ 5 \text{ м/с} - \sqrt{1 \text{ с}^2 - (t - 5 \text{ с})^2} \text{ м/с}^2, & 4 \text{ с} \leq t < 6 \text{ с}; \\ 3 \text{ м/с}, & 6 \text{ с} \leq t \leq 8 \text{ с}. \end{cases}$$

Найдите пройденный путь материальной точки за время $t \in [2, 8]$ секунд.

Задача 4. Мощность резистора

Источник ЭДС $\mathcal{E}$ с внутренним сопротивлением r подключили последовательно к резистору сопротивлением R . При каком R выделяемая мощность джоулевых потерь на резисторе максимальна, и чему она равна?

Задача 5. Катушка магнитофона

Определите, каким образом должна изменяться со временем угловая скорость вращения ведущей катушки магнитофона для того, чтобы линейная скорость движения ленты была постоянна и равна v . Радиус катушки R , толщина ленты d . Считайте, что $R \gg d$, а в начальный момент времени вся лента намотана на другую катушку.

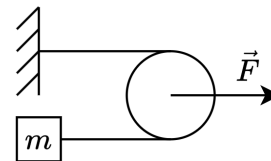


Задача 6. ...куда глаза глядят

Рассчитайте, какую минимальную работу нужно совершить человеку массой $m = 70$ кг и длиной его ног $L = 70$ см для того, чтобы пройти 1 километр за $N = 1430$ шагов. Ускорение свободного падения $g = 9.8 \text{ м/с}^2$.

Задача 1. Подвижный блок

На рисунке один конец нити соединен со стеной, а другой с грузом массой m . Нить намотана на блок, массой которого можно пренебречь. Система находится в гладкой горизонтальной плоскости. Найдите ускорение блока, если его тянут с силой F .



Задача 2. Персиковый сок и температура

Когда Адина встречала Новый Год, дети выпили весь яблочный сок, который был дома, оставив лишь персиковый плотностью 1070 кг/м^3 . Однако он был из холодильника, где его температура поддерживалась на уровне 5°C , поэтому Адина разбавила 200 миллилитров персикового сока 70 миллилитрами 40°C теплой воды (сок был концентрированный, поэтому его вкус не испортился). Далее, Адине не понравилось, что сок стал слишком теплым и она решила добавить кубик льда массой 15 г и температуры -2°C .

1. Определите температуру в стакане после добавления воды в сок.
2. Найдите какая доля η изначального объёма льда останется в стакане, когда температура смеси будет равна 11.5°C .
3. Какая температура установится в конце теплообмена?

Примечание. Система замкнута. Удельная теплоемкость льда $2100 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, удельная теплоемкость сока и воды $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, удельная теплота плавления льда $3.4 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, плотность льда 900 кг/м^3 , плотность воды 1000 кг/м^3 .

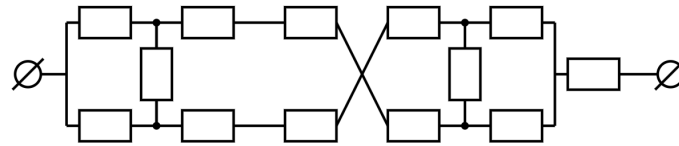
Задача 3. Гидроабразивная резка

Тонкая струя воды, выпускаемой с высокой скоростью и под высоким давлением, имеет очень хорошие режущие свойства и потому используется в гидроабразивной резке. Струя воды сечением $S = 1 \text{ мм}^2$ выпускается вертикально вниз на ровную поверхность металла со скоростью $v_0 = 1000 \text{ м/с}$. С какой силой F давит вода на поверхность и какой её массовый расход Q ? Течение ламинарное, плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Задача 4. Сопротивление Ернура

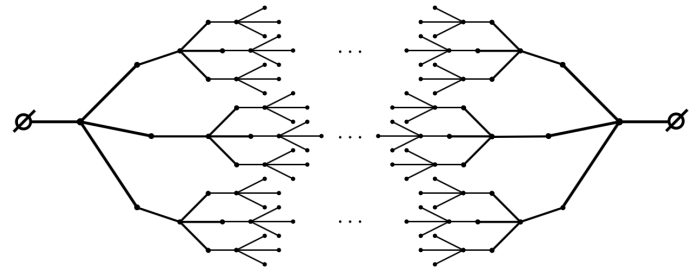
В один замечательный день, когда Ернур занимался физикой в его комнате стало настолько темно, что он перестал видеть собственные записи. Поэтому к розетке домашней сети напряжением $U = 220 \text{ В}$, он решил подсоединить лампу, которая работала только если через неё тек ток I в пределах от 0.1 А до 0.15 А . Сопротивление лампы было равно $R = 700 \text{ Ом}$, поэтому Ернуру нужен был переходник, схема соединения из одинаковых резисторов r которого указана на рисунке.

Найдите интервал значений r подходящих для физика. Считать, что ток автоматически выпрямляется до постоянного.



Задача 5. Алмазный резистор

Дядя Сэм поручил Экспериментатору Глюку создать алмазный резистор из двух экземпляров бриллианта. Глюк, не успев толком объяснить, что алмазы проводить ток не способны, был отправлен в лабораторию для создания прототипа. Посидев и покумекав, он надумал создать два проводящих “алмаза” из резисторов, а настоящие бриллианты оставить себе. Сопротивления между всеми соседними узлами (включая клеммы на концах цепи) одинаковы и равны r .



Сможете ли вы помочь ему найти сопротивление R подобной цепи?

Подсказка: ввиду большого количества связей в алмазе, можно считать, что Глюк использует бесконечное количество резисторов.

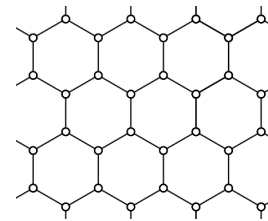
Задача 6. Дыра

Гуляя по Алматы, Владимир неожиданно наткнулся на дыру в земле. Внутри неё была вода. Понимая опасность такой дыры, Владимир решил измерить глубину, на которой находится поверхность воды. Для этого он взял линейку, сопоставил её с отражением линейки на воде и сделал снимок, показанный ниже. Считайте что общая длина линейки $L = 25.5$ см (учитывая край), снимок был сделан ровно с края дыры, а высота камеры над землёй $h = 0.4$ м. Найдите глубину H от поверхности земли до поверхности воды.



Задача 1. Графен

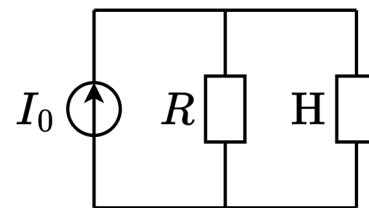
Графен – это плоская гексагональная структура из атомов углерода, где расстояние между ближайшими атомами равно $a = 2.46 \cdot 10^{-10}$ м, см. рисунок справа. Масса атома углерода $M = 12$ Да, где Да = $1.66 \cdot 10^{-27}$ кг. Какова массовая плотность графена на единицу площади?



Задача 2. Эквивалентный источник

Школьник Жанибек хотел собрать цепь, состоящую из параллельно соединенных источника постоянного тока I_0 , резистора сопротивления R и нагрузки Н. Но у него были лишь источники постоянного напряжения и резисторы.

Помогите Жанибеку собрать эквивалентную цепь состоящую из источника постоянного напряжения U_0 , резистора R' и той же нагрузки Н для подачи того же напряжения на последнее. Нарисуйте цепь и найдите значения напряжения источника и сопротивления резистора. Примечание: источник постоянного тока создает постоянный ток независимо от требуемого значения напряжения на нем.



Задача 3. Каракули

Дияр зашёл в кабинет физики и увидел надпись “APhV” на маркерной доске, а также лежащую на столе собирающую линзу. Он взял линзу в руки, вытянул её вперёд, встал на расстояние L от маркерной доски, и начал рассматривать надпись сквозь линзу, меняя как расстояние d между своими глазами и линзой, так и расстояние L . Дияр обратил внимание, что если он будет стоять не дальше $L_{\max} = 50$ см от маркерной доски, тогда надпись “APhV” не будет переворачиваться, как бы он ни двигал линзу рукой. Какое фокусное расстояние F имела линза? Полагайте, что глаза Дияра, линза, и надпись всегда находятся на одной линии.

Задача 4. Удача барона

Барон Мюнхгаузен известен как чрезвычайно умелый и удачливый канонер. Как-то раз, завистники решили надуть его. Они дали ему пушку и попросили поразить вишневую косточку. Пушка и вишневая косточка находятся на расстоянии $L = 1$ км друг от друга на одной горизонтальной плоскости.

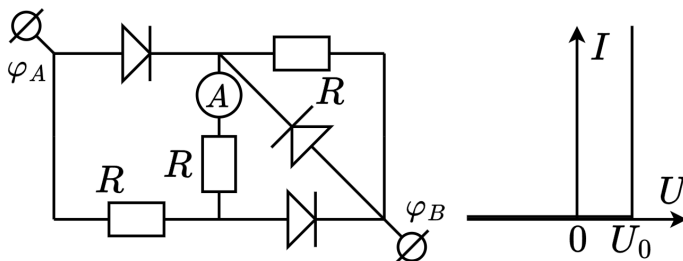
Мюнхгаузен направил пушку так, что ядро, выпущенное со скоростью $v = 150$ м/с и летящее параболически, ударило бы мишень. Однако, завистники соврали ему. Ядро вылетело на самом деле со скоростью чуть большей, чем $v = 150$ м/с, и если бы оно летело параболически, оно перелетело бы мишень. К счастью, в наивысшей точке своей траектории ядро столкнулось с голубем. Столкновение с

птицей замедлило ядро как раз настолько, что оно поразило мишень.

Допустим, что столкновение ядра с птицей абсолютно неупругое. Сопротивлением воздуха пренебречь. Считая массу голубя равной $m = 500$ г и массу ядра $M = 1$ кг, определите изначальную скорость ядра. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Задача 5. Диодная путаница

На рисунке справа показана электрическая схема из трёх одинаковых резисторов с известным сопротивлением R , а также трёх неидеальных диодов, в вольт-амперной характеристике которых величина открывающего напряжения U_0 известна. Найдите зависимость силы тока I_A на амперметре от разности потенциалов $\varphi_A - \varphi_B$ на клеммах в широком интервале напряжений и нарисуйте график, указав значения всех особых точек.



Задача 6. Снежная слепота

В снежный и солнечный день физик решил пойти в поход, но забыл свои снежные очки и солнечный крем. Что делает ситуацию хуже, по маршруту похода он должен идти прямо по направлению солнца. Чтобы минимизировать вредный эффект солнца, он решил совершить свой путь наклонив голову вниз и смотря под ноги. Оцените, во сколько раз он улучшил свою ситуацию. Высота Солнца равна 45° .

Примечание: эффект от солнца зависит от интенсивности света, попадающего в глаза физика.

Время на прорешку — 45 минут (10:00–10:45);

Капитанский раунд — 5 минут (10:40–10:45);

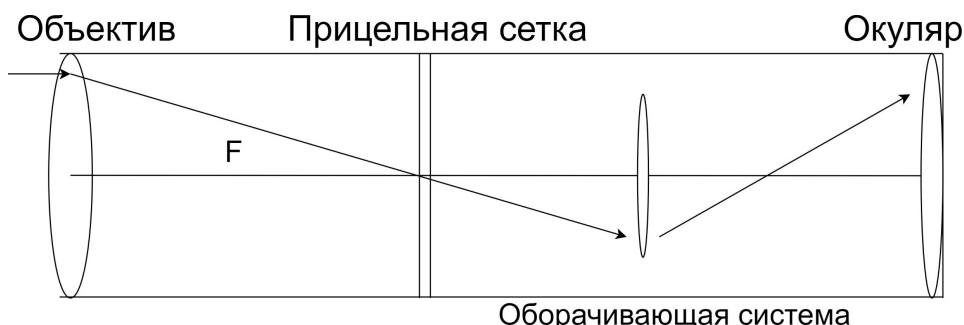
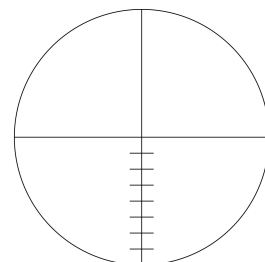
Рекомендуемое время на раунд — 15 минут;

Верхний предел на раунд — 20 минут;

Конец тура — 12:30 (GMT+5);

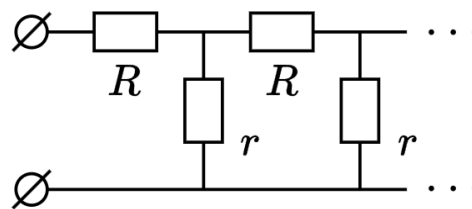
Задача 1. Снайперский прицел

Рассмотрим упрощенный телескопический снайперский прицел, показанный на рисунке в конце задачи. Объектив создаёт изображение дальнего предмета на своей фокальной плоскости на расстоянии $F = 20$ см от объектива. В этой же плоскости и расположена прицельная сетка. Полученное изображение переворачивается через систему линз и дальше рассматривается через окуляр. Скорость пули $v = 600$ м/с, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а винтовка горизонтальна. Каждое деление на сетке (как показано на рисунке справа) равно 1 мм. Деления нужны, чтобы видеть куда попадёт пуля при разных расстояниях до цели. Все предметы расположены далеко от объектива. Рядом с каждым делением напишите дистанцию, на которой это деление точно указывает место попадания пули.



Задача 2. Электрическая цепь

Бесконечная цепочка имеет одинаковые звенья, состоящих из резисторов сопротивлениями r и R , соединённых, как показано на рисунке. Подаваемое между клеммами напряжение U_0 .



1. Найдите общее сопротивление цепи.
2. Выведите зависимость напряжений между i и $i + 1$ -ым звеньями в бесконечной цепи.
3. Определите тепловую мощность, возникающей в N -ном звене.

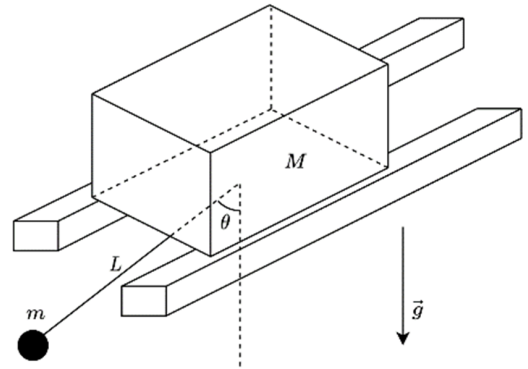
Задача 3. Стержень и бусинка

На гладкой поверхности стоит однородный стержень длины L и массы M . К концу стержня прикреплена бусинка массы m . В какой-то момент по бусинке производят удар, после которого система получает горизонтальную скорость V_0 и начинает падать. Время падения равно t . Найдите горизонтальное смещение стержня и бусинки относительно начального положения. Смещением системы за время удара пренебечь. Трение отсутствует.

Задача 4. Проскальзывание

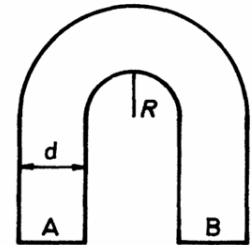
На рисунке справа брусок массы M расположен на двух параллельных рельсах, коэффициент трения его с которыми равен $\mu = 0.2$. Под бруском подвешен на нити длины $L = 30$ см грузик массой $m = 0.2M$, который совершает колебания в плоскости, параллельной рельсам. Грузик приподняли от вертикального положения на угол $\theta_0 = 90^\circ$, а затем отпустили.

При каком положении груза, описываемое углом θ , брусок начнёт проскальзывать вдоль рельсов? При каком минимальном коэффициенте трения брусок не будет проскальзывать?



Задача 5. Оптическое копыто

Стеклянный стержень прямоугольного сечения согнут в форму, показанную на рисунке. Параллельный пучок света падает перпендикулярно на плоскую поверхность A . Определите минимальное значение отношения R/d , при котором весь свет, входящий в стекло через поверхность A , выйдет из него через поверхность B . Показатель преломления стекла равен $n = 1.5$.



Задача 6. Stone Ocean

В аквариум, изначально содержавший только некоторое количество воды плотности $\rho_0 = 1000$ кг/м³, начали по одному класть одинаковые камни объёмом $V = 4$ дм³, и после каждого нового камня измеряли изменение средней плотности содержимого аквариума $\Delta\rho_{\text{av}}$ относительно предыдущего состояния. Получившаяся таблица оказалась следующей:

Кол-во камней, N	1	2	3	4	5
$\Delta\rho_{\text{av}}$, кг/м ³	100	80	90	90	90

Определите плотность камня ρ , начальный объём воды V_0 и полную вместимость аквариума V_1 . Известно, что $V_0 < V_1$, а вода изначально не содержала никаких примесей и прочих объектов. Имейте в виду, что измеряется средняя плотность содержимого аквариума (окружающий воздух им не является), а не всего его объёма.

Время на прорешку — 45 минут (14:30–15:15);

Капитанский раунд — 5 минут (15:10–15:15);

Рекомендуемое время на раунд — 15 минут;

Верхний предел на раунд — 20 минут;

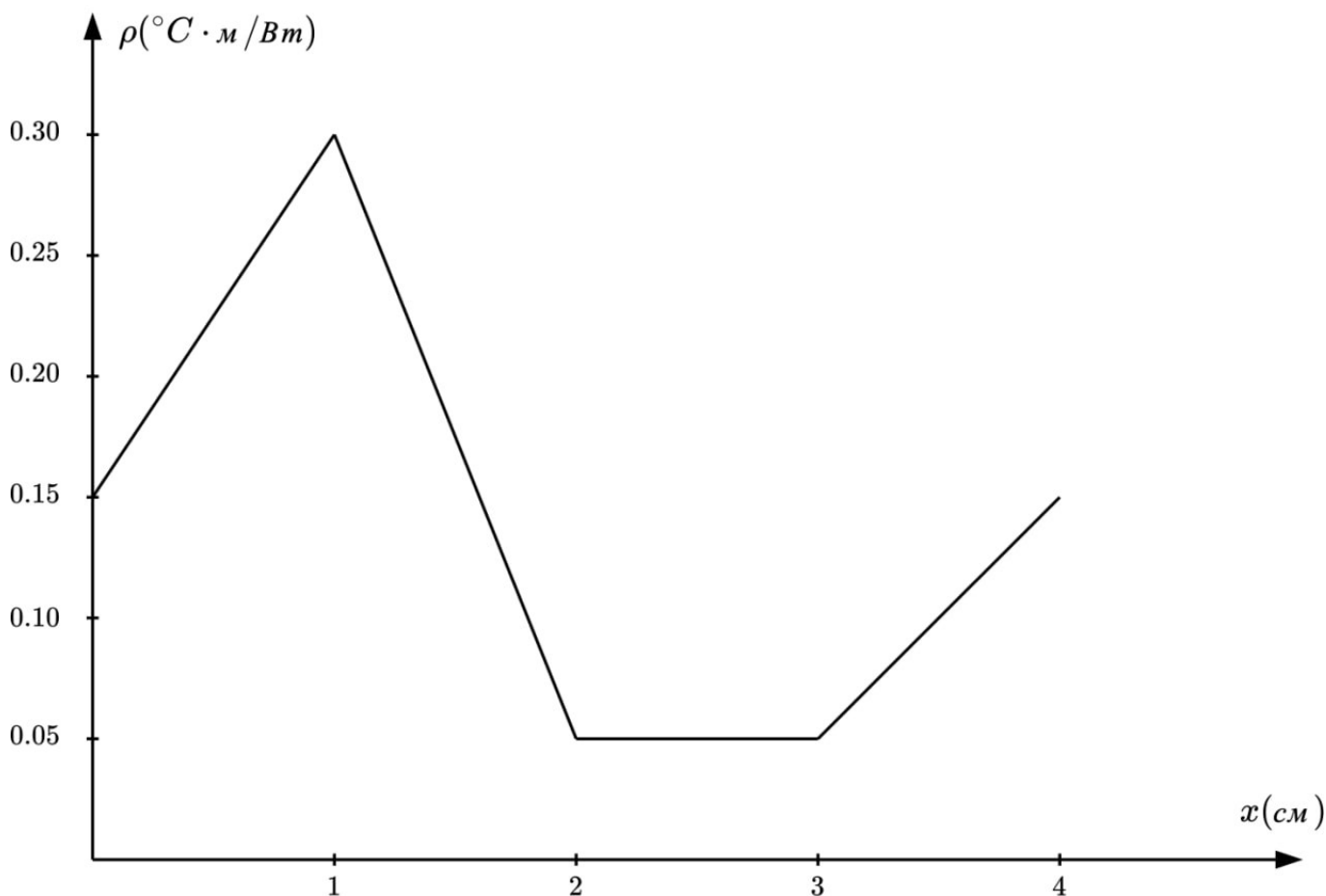
Конец тура — 17:00 (GMT+5);

Задача 1. Термическое сопротивление

Термическое сопротивление является характеристикой материала и определяется как отношение между температурным градиентом $\Delta T/\Delta x$ и плотностью теплового потока (здесь он направлен вдоль оси x и измеряется в Вт/м²).

1. Процессор мощности $P = 90$ Вт охлаждается с помощью воды через медную пластину с термическим сопротивлением $r = 2.6$ мм · К/Вт, толщиной $d = 5$ мм и площадью поверхности $S = 100$ мм². Определите разницу температур между процессором и водой.

2. Проволока изготовлена из различных сплавов, так что зависимость термического сопротивления ρ от координаты вдоль проволоки x показана на рисунке. Площадь и длина проволоки $S = 1$ мм² и $l = 4$ см соответственно. Найдите тепловой поток, проходящий через проволоку, если поддерживать температуру на одном её конце постоянной.

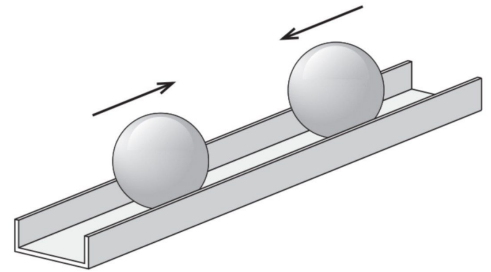


Задача 2. Необычная цепь

Необычная цепь собрана из последовательно соединённых резистора сопротивлением $R = 8 \text{ Ом}$, необычного элемента, потребляющего постоянную мощность $P_0 = 5 \text{ Вт}$, и источника постоянного напряжения $U_0 = 14 \text{ В}$. Какая сила тока I установится в цепи? При каком R ещё может протекать ток?

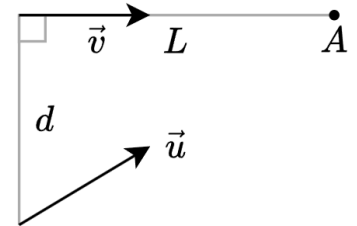
Задача 3. Одномерный бильярд

Два одинаковых бильярдных шара диаметра 5 см движутся друг на друга без проскальзывания со скоростью 3 м/с по прямому, в сечении U -образному жёлобу, который достаточно глубокий, чтобы шары не касались его дна (см. рисунок). Столкновение между шарами абсолютно упругое, а передачи вращательного движения не происходит. Какую ширину должен иметь жёлоб, чтобы шары столкнулись дважды? Найти скорости шаров за мгновение перед вторым соударением, если ширина жёлоба равна 4 см .



Задача 4. Игра в снежки

Физики из Beyond Curriculum решили поиграть в снежки. Во время игры, так получилось, что Даниал бежал со скоростью $v = 5 \text{ м/с}$ к укрытию, расположенному на расстоянии $L = 8 \text{ м}$ перпендикулярно прямой, соединяющей его и Алишера. Успеет ли Даниал добежать до укрытия, если Алишер бросил снежок со скоростью $u = 7.5 \text{ м/с}$ с упреждением и наклонно к горизонту? Начальное расстояние между ними было $d = 12 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Задача 5. Мечник “Нурбол”

В древности существовал один легендарный и непобедимый мечник своего времени “Нурбол”. Он обладал огромной выносливостью и силой хвата. В его силе и технике рубящего удара скрывался секрет, которую мы сейчас вам и раскроем. Оказывается, “Нурбол” в молодости был довольно неплохим физиком: он вычислил расстояние x от кисти человека до места соприкосновения удара, при котором напряжение на его руки были минимальными (приблизительно равно нулю). Это вычисление помогло ему одержать победу во многих битвах. Давайте рассмотрим упрощённую модель меча в виде однородной прямоугольной палки длиной L . Чему равен x ?

Задача 6. Странная ракета

Ракета вращается по круговой орбите радиуса r_0 вокруг звезды массы M . Двигатель ракеты может одним мощным, мгновенным залпом изменить вектор скорости ракеты на $\Delta \vec{v}$. Направление залпа составляет угол θ с век-



тором скорости ракеты $\vec{v}$. Чтобы минимизировать потери топлива в N количестве залпов, нужно минимизировать величину $\Delta V = \sum_{i=1}^N |\Delta \vec{v}_i|$. Здесь ΔV является полным изменением модуля скорости ракеты. Считайте, что после одного залпа вектор скорости ракеты меняется мгновенно.

1. Допустим, ракета должна покинуть звезду (из изначальной круговой орбиты). Каким должно быть минимальное изменение модуля скорости, если двигатель ракеты способен произвести только один залп? В каком направлении должен быть произведен этот залп?
2. Теперь, ракета должна перейти на круговую орбиту радиуса $r_1 > r_0$ из изначальной орбиты радиуса r_0 . Каково минимальное изменение скорости ракеты, если двигатель ракеты совершает несколько залпов?

Время на прорешку — 60 минут (15:30–16:30);

Капитанский раунд — 5 минут (16:20–16:30);

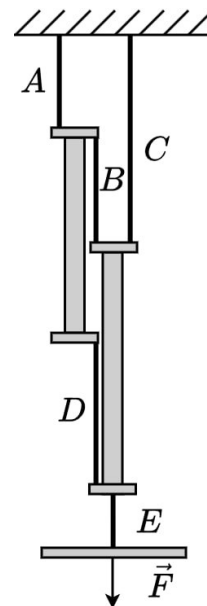
Рекомендуемое время на раунд — 15 минут;

Верхний предел на раунд — 20 минут;

Конец тура — 18:30 (GMT+5);

Задача 1. Хитросплетение

На рисунке представлено сплетение лёгких металлических стержней, обозначенных серым, и верёвок, обозначенных чёрным. Все верёвки находятся в натяжении. Все верёвки сделаны из одинакового материала, 1 метр которого имеет жёсткость 200 Н/м . Длины верёвок: $A - 20 \text{ см}$, $B - 30 \text{ см}$, $C - 50 \text{ см}$, $D - 70 \text{ см}$, $E - 10 \text{ см}$. Если вся конструкция закреплена сверху к потолку, а снизу тянется с силой F , найдите эквивалентную жёсткость k всей конструкции.



Задача 2. Космическая трагедия

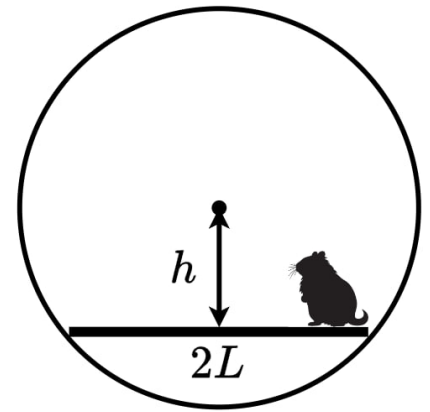
Один из исследовательских космических кораблей, занимающийся добычей титана, обнаружили идеально сферический, однородный астероид радиуса R ; он не имеет атмосферы, но состоит из чистого титана. Для подготовки к добыче металла, был специально вырыт прямой туннель, по которому были отложены железнодорожные пути. Длина туннеля была равна радиусу астероида, концы туннеля расположены на поверхности астероида. К несчастью одна из вагонеток, из-за неисправности в тормозном механизме, сорвалась и проскользнула в шахту. Сначала она разогналась, но затем начала замедляться, развернулась и окончательно остановилась точно в центре туннеля. Известно также, что в момент разворота, вагонетка чуть не сбила капитана, находившегося в тот момент на путях. Исследовательский центр попросил специалистов (вас) найти:

1. Расстояния от одного из концов туннеля до места, где в момент трагедии стоял капитан;
2. Коэффициент трения между колесами вагонетки и рельсами.

Считать, что объем туннеля пренебрежимо мал по сравнению с объемом астероида.

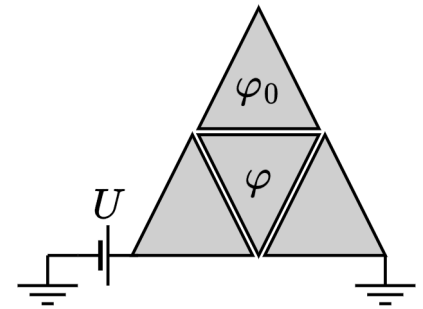
Задача 3. Хомяк

Клетка-колесо (см. рис) может вращаться вокруг горизонтальной оси с пренебрежимо малым трением. Внутри клетки ниже оси закреплена горизонтальная платформа длиной $2L$ и массой M . Ближайшее расстояние между центром колеса и платформой h . Клетку приводят в положение равновесия и на один конец платформы сажают хомяка массой m . Как должен бежать по платформе хомяк после освобождения колеса, чтобы оно не вращалось?



Задача 4. Треугольные проводники

Между собранными в треугольник четырьмя бесконечно длинными проводниками с основаниями в виде правильных треугольников есть малые воздушные промежутки. Изначально проводники не были заряжены, но затем один подключили к напряжению U , а второй заземлили, как показано на рисунке. Определите значения потенциалов φ_0 и φ верхнего и центрального проводников соответственно.



Задача 5. Идеальный “бокал”

Из полого шара радиусом R высекли горизонтально сегмент высотой h , и обе получившиеся части поменяли местами, спаяв точки касания двух сегментов — таким образом получается бокал. Найдите положение его центра масс.

Задача 6. Бенд на гитаре

Для украшения своей игры гитаристы часто используют «подтяжки», они же «бенды». Подтягивая струну вверх или вниз можно изменить звучание струны.

Дана горизонтальная струна, натянутая так, что ее удлинение составляет $\alpha = 7.2 \cdot 10^{-3}$ от ее длины. Главная частота колебаний струны $\nu_0 = 660$ Гц (обычно это соответствует зажатию на 12-ом ладу стандартно настроенной гитары).



Найдите частоту ν звучания струны, если один из ее концов подтянуть вверх на маленькое расстояние, равное $\eta = 6 \cdot 10^{-2}$ изначальной длины струны. Можете считать, что струна подчиняется закону Гука, а площадь ее поперечного сечения остается постоянной. Скорость распространения возмущений в струне равна

$$c = \sqrt{\frac{T}{\delta}},$$

где T – сила натяжения в струне, δ – линейная плотность струны. Можете пользоваться приближением $(1 + z)^n \approx 1 + nx$ для $z \ll 1$.

Время на прорешку — 60 минут (10:00–11:00);

Капитанский раунд — 5 минут (10:50–11:00);

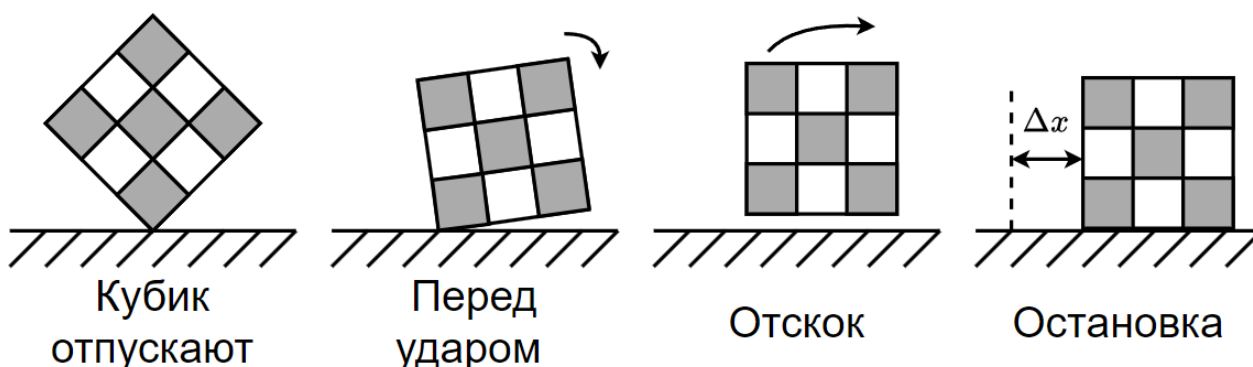
Рекомендуемое время на раунд — 20 минут;

Верхний предел на раунд — 25 минут;

Конец тура — 13:30 (GMT+5);

Задача 1. Отскок кубика

Представим, что перед вами Кубик Рубика. Если его наклонить под 45° к горизонту, а затем отпустить, то Кубик Рубика совершит сложное движение, схематично указанное на рисунке ниже. В результате такого движения ребро, на которое Кубик изначально опирался, сдвинется на расстояние Δx . В предположении о том, что Кубик является однородным, длина его стороны $a = 5$ см, а коэффициент трения Кубика о поверхность стола $\mu = 0.5$, оцените значение Δx . Для простоты решения полагайте, что удар кубика неупругий (отскок незначительно мал).

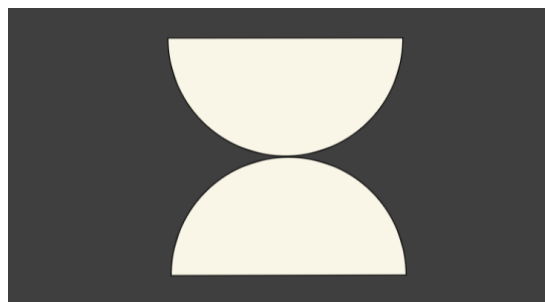


Задача 2. Стержень в воде

В большой водоём, где плотность воды ρ_0 , имеющий постоянную глубину h , начинают погружать подвешенный своим концом к вертикальному динамометру однородный стержень длины L , плотности ρ , и пренебрежимо малым поперечным сечением. В начале показание динамометра F_0 . Пусть по мере погружения стержня в воду отсчитывают высоту x , на который опускается верхний конец стержня (относительно того уровня, когда нижний конец едва ли касался поверхности воды), к которому прикреплен динамометр. Укажите точную зависимость $F(x)$ на каждом этапе погружения стержня, и нарисуйте качественные графики, с указанием значений особых точек, при различных параметрах системы.

Задача 3. Шлифовка линзы

Как-то раз любопытный Алишер нашел в лаборатории две половинки собирающей линзы, каждая из которых является полукругом радиуса $R = 2.5$ см. Для выяснения того, что собой представляют данные кусочки линзы, Алишер решил склеить их и поместил точечный источник света на фокусном расстоянии $F = 20$ см.



Пройдя через линзу, источник давал на стене лаборатории изображение, похожее на рисунок справа. Алишер понял, что это куски от одной линзы, которая была

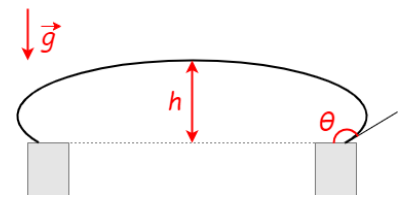
разрезана пополам, причём при разрезании линзы диаметральный тонкий её слой был снят. Помогите найти Алишеру толщину слоя, который был снят при разрезании. Считайте что на рисунке полукруги касаются друг друга, а расстояние от линзы до стены при получении изображения было $L = 10$ м.

После этого посидев некоторое время, Алишер подумал каким был бы рисунок в случае если линза была бы разрезана не на два частей, а на N равных частей. Сначала рассмотрим случай $N = 8$. Укажите, какой получится теперь рисунок и определите его характеристики при тех же условиях.

Теперь перейдем к случаю $N \rightarrow \infty$. Качественно нарисуйте возможные изображения при произвольном L . Считайте что толщина h , которая теряется при разрезании достаточно мала и не влияет на размеры линзы.

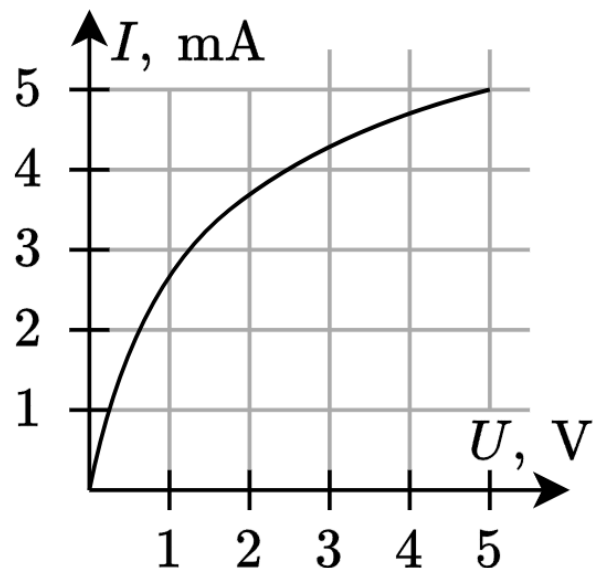
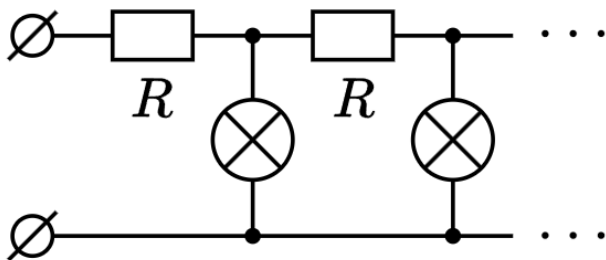
Задача 4. Вода в стакане

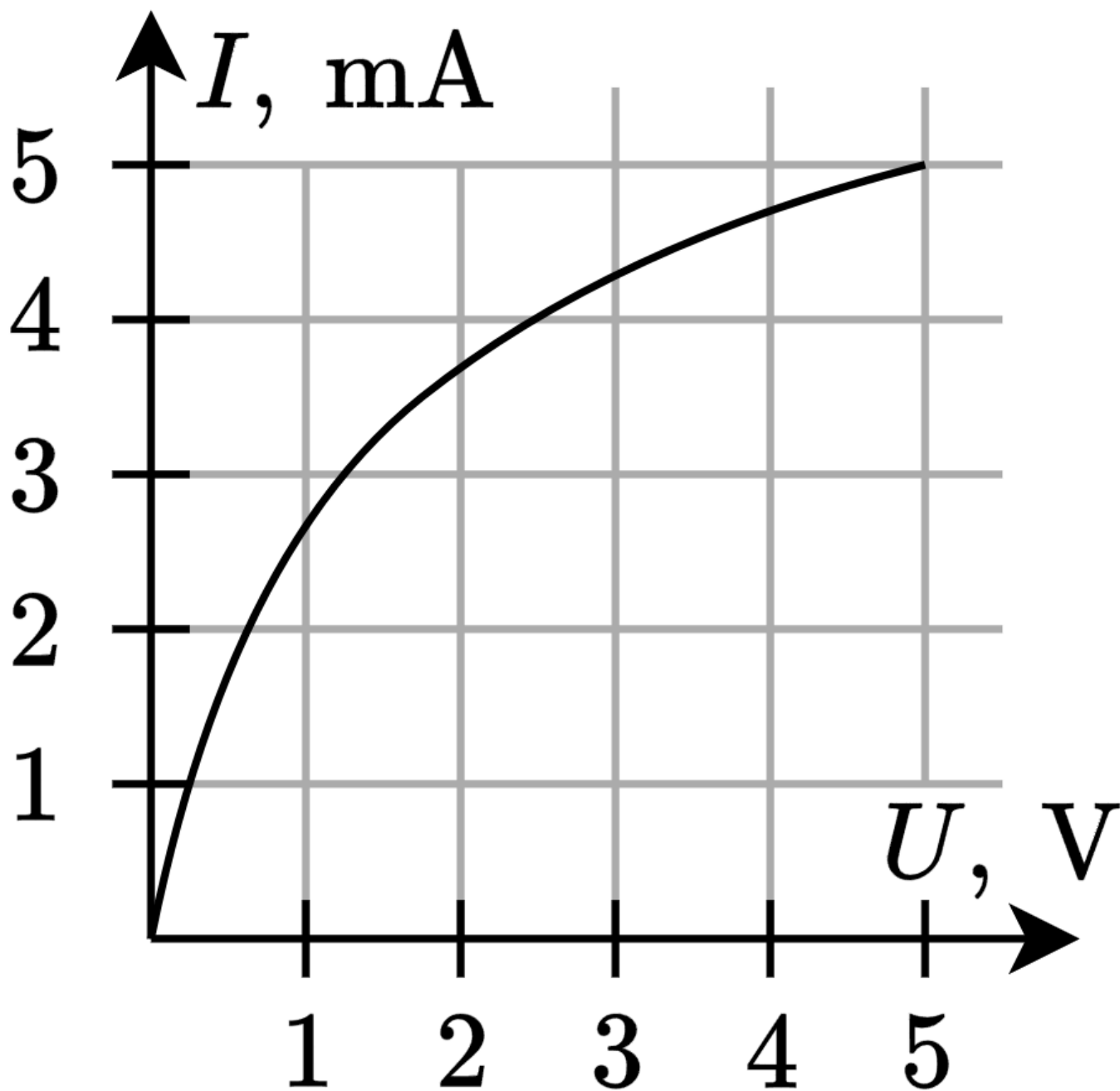
В стакан налита вода до краев. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, поверхностное натяжение $\sigma = 73 \cdot 10^{-3}$ Н/м, угол смачивания $\theta = 120^\circ$. До какой высоты h над уровнем краев стакана возможно налить воды, чтобы она не пролилась? Ускорение свободного падения $g = 9.8$ м/с².



Задача 5. Конвейер лампочек

Найдите эквивалентную вольтамперную характеристику цепи, указанной на рисунке ниже, если известна характеристика $I(U)$ одной лампочки (продублирован на отдельной странице). Сопротивление резисторов $R = 1000$ Ом.





Задача 6. Рецепт на очки

Для коррекции зрения человека создается специальный рецепт на очки. На рецепте для каждого глаза указывают 3 основных параметра: SPH, CYL и AX.

Параметр SPH (сфера) — оптическая сила линзы в диоптриях. Именно его чаще всего называют для характеристики зрения. При близорукости он отрицательный, при дальнозоркости положительный. Параметры CYL (цилиндр) и AX (ось) указываются только при наличии у человека *астигматизма*.

РЕЦЕПТ НА ОЧКИ

Дата: 18.04.2022 г. Возраст: 22 лет

Ф.И.О. _____

	SPH	CYL	AXE
OD	-5,0	-3,0	0°
OS	-4,0	-3,0	25°

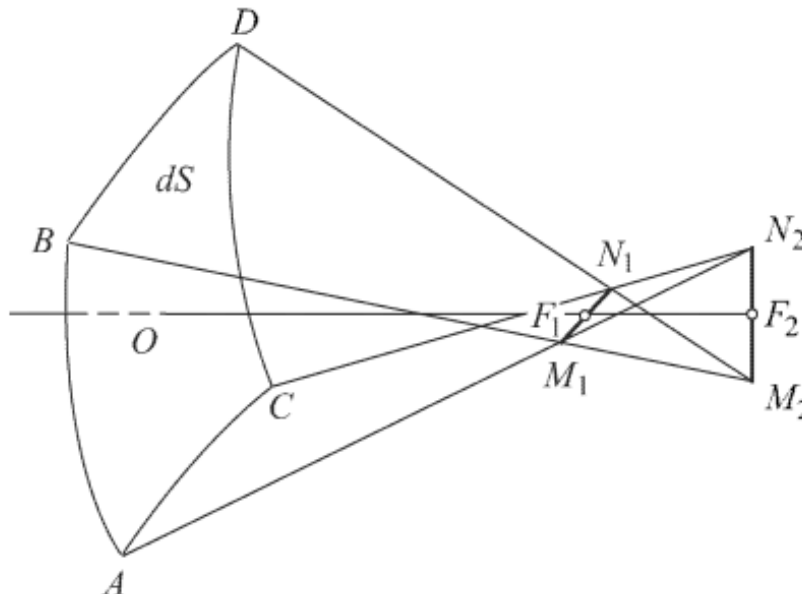
DPP: 65mm ADD: _____

постоянные ☐ для дали ☒ для работы ☐

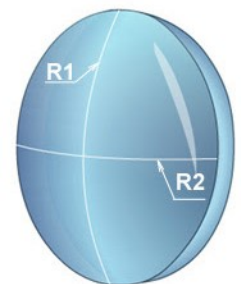
Примечание: _____

Врач: Радина Г.А.

Астигматизм возникает из-за искривления формы глаза. Если в различных сечениях (меридианах) радиус кривизны роговицы глаза разный, то параллельный пучок света фокусируется не в одной точке, а в двух *фокальных отрезках* (M_1N_1 и M_2N_2), один из которых соответствует большему радиусу кривизны, а второй меньшему.



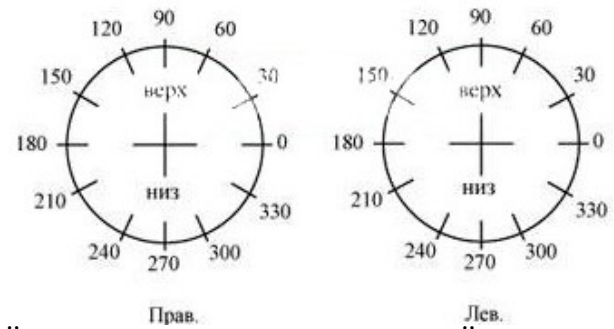
Для коррекции астигматизма вместо сферических линз применяются *астигматические (цилиндрические)* линзы, имеющие разные радиусы кривизны R_1 и R_2 в двух взаимно перпендикулярных меридианах, что позволяет скомпенсировать неравномерность кривизны глаза. Один из меридианов выбирают главным и называют его *осью цилиндра*. В этом случае за параметр SPH берут оптическую силу линзы вдоль оси цилиндра. Параметр CYL - разность оптической силы вдоль второго меридиана и оптической силы вдоль оси цилиндра. Параметр AX показывает угол оси цилиндра к горизонтали в градусах (от 0 до 180).



1. Дана плосковыпуклая астигматическая линза из стекла с показателем преломления $n = 1.50$. Ее выпуклая поверхность имеет два радиуса кривизны $R_1 = 25$ см и $R_2 = 20$ см. Меридиан, соответствующий радиусу кривизны R_1 имеет угол

$\alpha = 70^\circ$ к горизонтали. Запишите 2 возможных варианта рецепта такой линзы.

2. Дан следующий рецепт на очки: правый глаз SPH -5.25 CYL +1.0 AX 45° ; левый глаз SPH -4.5 CYL – AX –. По данному рецепту спроектируйте очки с плосковогнутыми линзами, показатель преломления $n = 1.50$. Укажите форму линзы (сферическая или цилиндрическая), найдите радиусы кривизны для каждой из линз, перерисуйте чертеж, на нем нарисуйте меридианы и укажите соответствующие радиусы кривизны.



Время на прорешку — 180 минут (10:00–13:00);

Капитанский раунд — 15 минут (13:40–13:55);

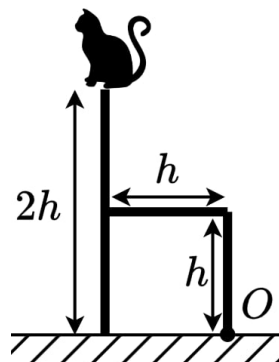
Рекомендуемое время на раунд — ∞ минут;

Верхний предел на раунд — ∞ минут;

Конец тура — 16:40 (GMT+5) (optional);

Задача 1. Кошка на стуле

Кошка находится на спинке стула массой M как показано на рисунке. Она спрыгивает со стула в произвольном направлении. Найти минимальную скорость кошки массой m , необходимую чтобы опрокинуть стул в случаях когда: а) ножка стула закреплена в точке O , и б) ножка стула не закреплена в точке O . Стул можно предполагать сделанным из трёх досок с указанными на рисунке длинами. Ширина стула равна h , трения нет.

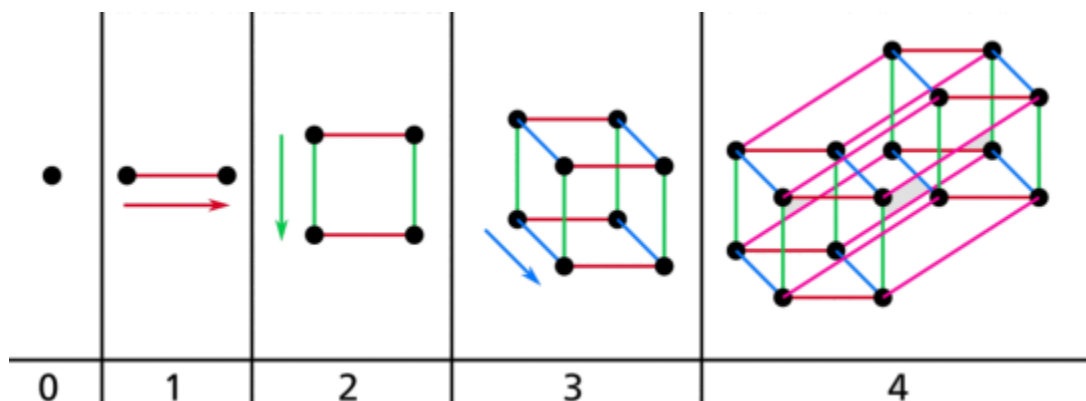


Задача 2. Бешеная задача с Илиясом

Однажды Илиясу приснились пришельцы. В сновидении, инопланетяне забрали его в другое пространство. Вначале он очутился в 4-мерном пространстве. Единственным выходом идти дальше было решение задачи, условие которого было таково: найдите сопротивление 4-мерного проволочного куба (тессеракта) между двумя его самыми дальними вершинами*, если сопротивление каждого ребра равно 1 Ом. Решив её, Илияс очутился в 5-мерном пространстве и ему предложили аналогичную задачу. Он шёл дальше и осознал, что единственным выходом из сна будет решение данной задачи в общем виде. Помогите Илиясу проснуться, то есть найдите сопротивление n -мерного проволочного куба между двумя его самыми дальними вершинами, если сопротивление каждого ребра равно 1 Ом.

*Под самыми дальними точками в n -мерном кубе имеется ввиду две такие точки, чьё наименьшее расстояние друг между другом есть самое большее наименьшее расстояние между двумя любыми точками данного n -мерного куба.

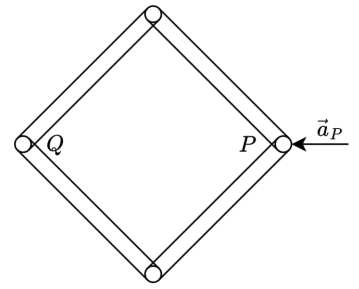
Подсказка: попробуйте решить аналогичную задачу для 2, 3, и 4-мерного куба и найти зависимость. Гиперкуб размерности n имеет 2^n вершин, каждая из которых имеет n соседей. Для того, чтобы получить n -мерный куб, нужно у двух $n-1$ -мерных куба соединить соответствующие вершины, как показано для первых 4 измерений ниже.



Задача 3. Ускорение шарнира

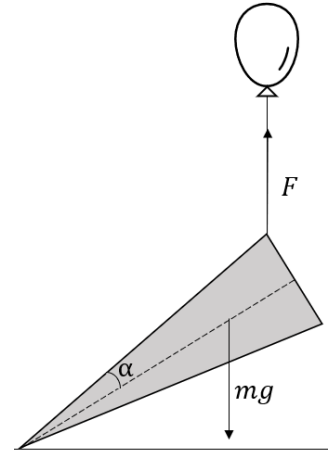
Четыре массивных однородных стержня лежат на гладком горизонтальном столе и связаны лёгкими шарнирами и могут свободно вращаться. Найдите ускорение шарнира Q , если шарнир P двигают с постоянным ускорением a_P .

Математическая подсказка: для малых приращений функции $f(x + \Delta x)$ справедливо $\cos(x + \Delta x) = \cos x - \sin x \Delta x$, $(x + \Delta x)^n = x + n\Delta x$.



Задача 4. Колебания с шариком

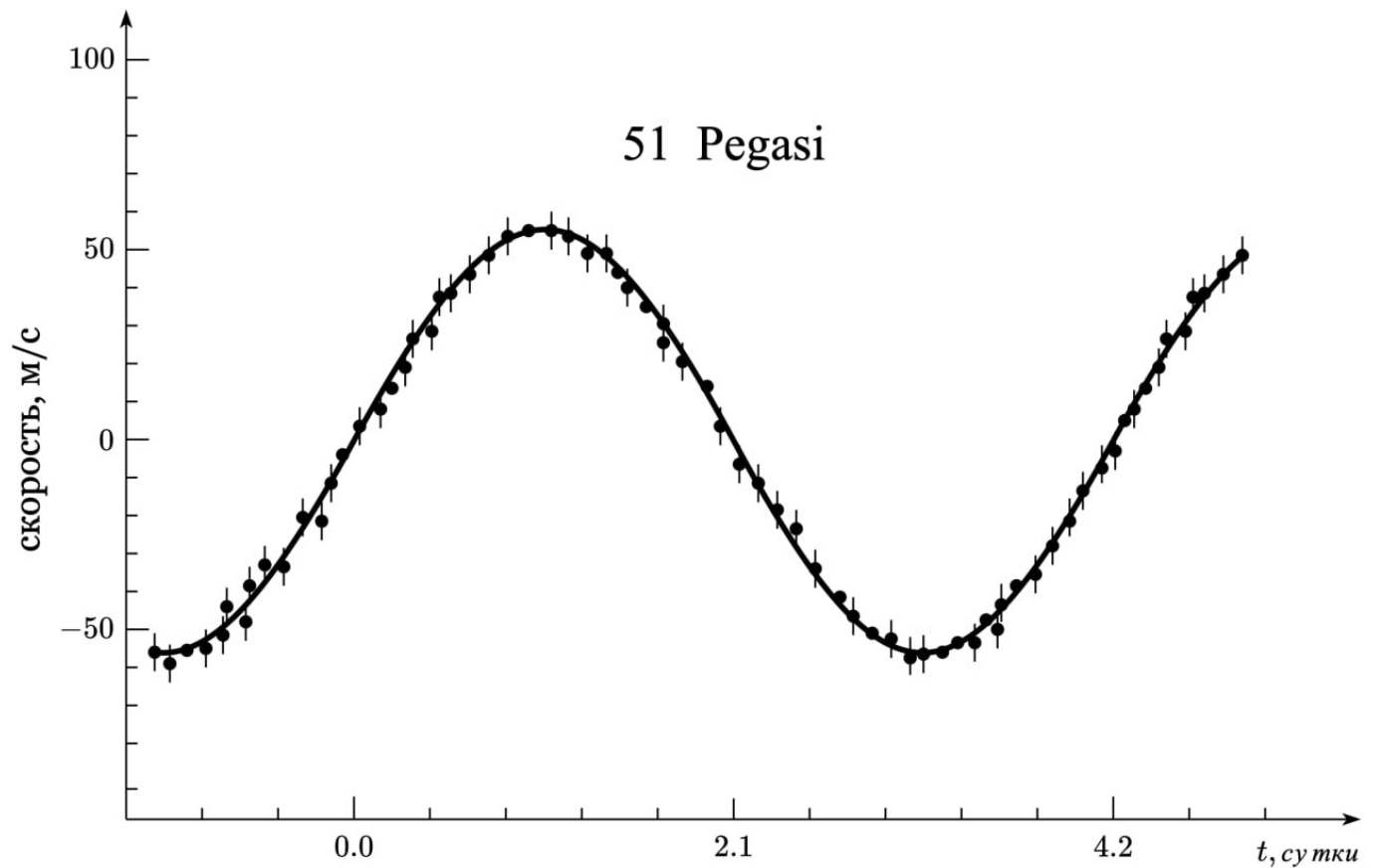
Шарик, натягивающий нить с постоянной силой F привязали к концу равнобедренного треугольника массой m , углом полураствора α и высотой h . Найдите период колебаний этой системы. В каких пределах может быть F , чтобы колебания были возможны?



Задача 5. Звезда 51

Звезда 51 в созвездии Пегас практически является двойником нашего Солнца. Изучение ее оптических спектров показало регулярное изменение скорости звезды по закону $u = u_0 \sin(2\pi t/T)$ (сплошная линия как показано на рисунке).

Предполагается, что эти временные вариации излучения обусловлены вращением вокруг нее намного более легкой планеты. По какой траектории движется планета и какова должна быть ее масса? Считайте, что наблюдение проводится в плоскости движения системы звезды-планета и масса Солнца равна $M = 2 \cdot 10^{30}$ кг.

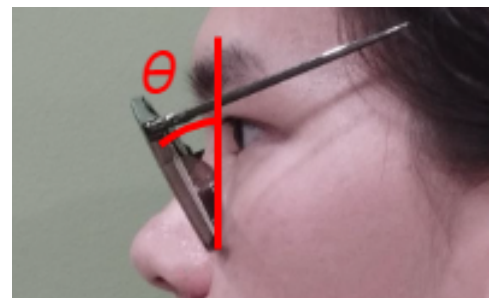


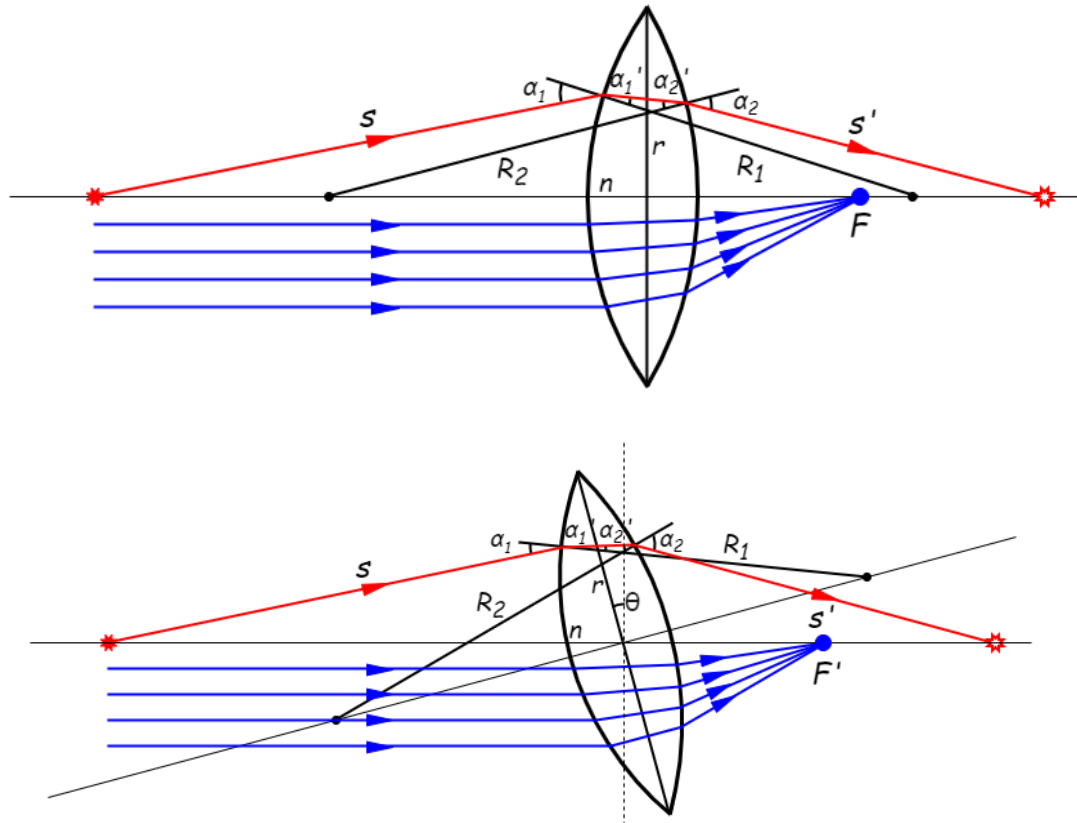
Задача 6. Ухудшение зрения

Физик Досжан носит очки. Но, к сожалению, из-за прилежных занятий физикой его зрение успело несколько ухудшиться, а новые очки он так и не подобрал. Однако знания физики помогли Досжану решить эту проблему. Досжан наклоняет свои очки на небольшой угол θ , благодаря чему он начинает видеть лучше. Давайте повторим ход мыслей Досжана и выясним, насколько ухудшилось его зрение.

Досжан прекрасно знает теорию, поэтому ему не составило труда вывести уточненную формулу для преломления на сферической границе раздела воздуха и среды с показателем преломления n радиусом кривизны поверхности R :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{n \cos \alpha'_1 - \cos \alpha_1}{R_1} - \frac{n \cos \alpha'_2 - \cos \alpha_2}{R_2}$$





Физическая интуиция Досжана натолкнула его на следующие соображения:

- Угол наклона линзы θ достаточно мал, для него справедливо приближение $\cos \theta \approx 1 - \sin^2 \theta / 2$;
- Линза тонкая, т. е. радиусы ее поверхностей много больше радиуса самой линзы $R_1, R_2 \gg r$, причем $\frac{r}{R_1}, \frac{r}{R_2} \ll \theta$;
- Фокусные расстояния прямой и наклонной линз значительно больше радиуса самой линзы $F, F' \gg r$, причем $\frac{r}{F}, \frac{r}{F'} \ll \theta$.

1. Используя закон Снеллиуса, формулу тонкой линзы, рисунки и выводы Досжана, выразите фокусное расстояние F' наклоненной линзы через фокусное расстояние прямой линзы F , угол наклона линзы θ и показатель преломления стекла n .

Когда Досжану только прописали очки, его зрение было $D = -2.00$ дптр. Показатель преломления стекла $n = 1.50$. Досжан начинает прекрасно видеть, когда очки наклонены на угол $\theta = 23^\circ$.

2. Вычислите оптическую силу D' наклоненной линзы – это зрение Досжана теперь.

Время на прорешку — 180 минут (11:00–14:00);

Капитанский раунд — 15 минут (15:00–15:15);